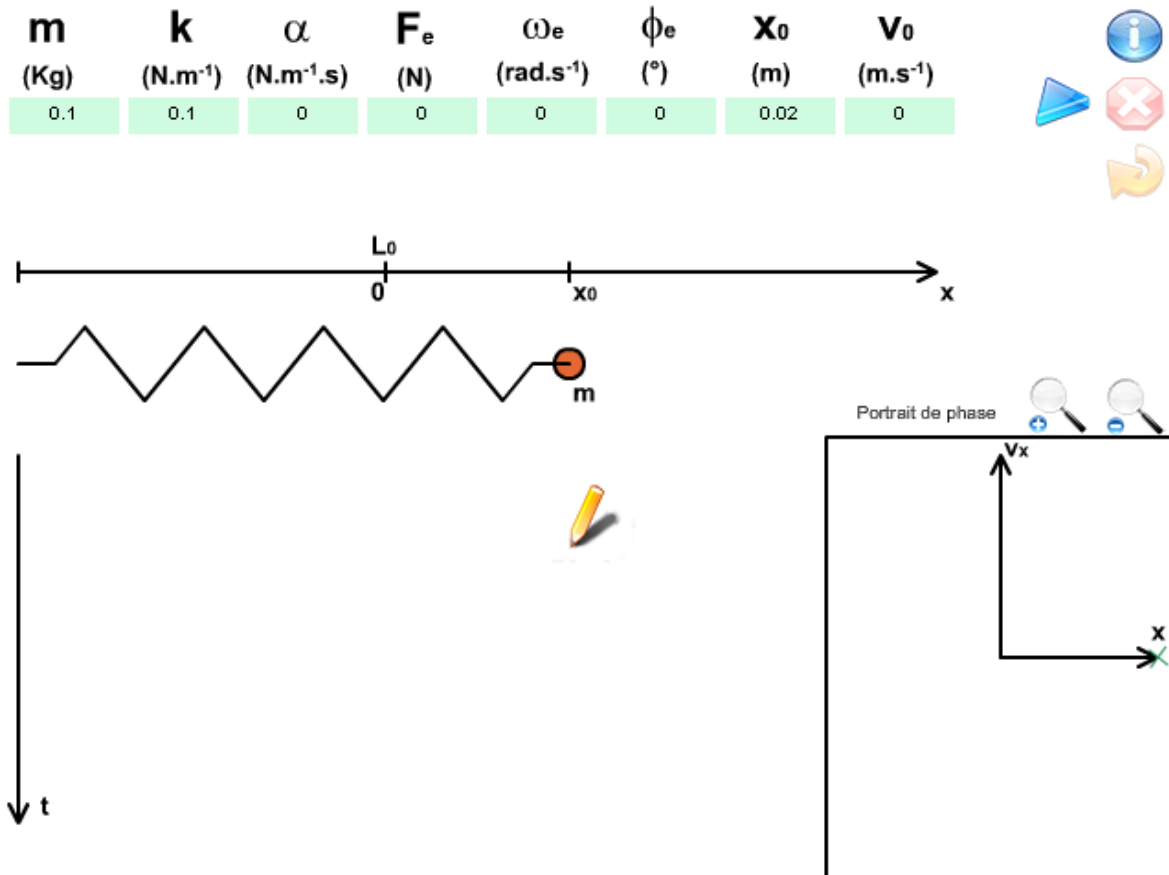


Phénomène de résonance - oscillations entretenues

A l'aide du simulateur localisé ici :

http://www.crystallography.fr/crm2/fr/labo/pages_perso/Aubert/Meca/sommaireMeca.html
on propose une découverte qualitative puis quantitative de différents phénomènes liés aux oscillations.



Le système physique étudié est le suivant : une masse m (disque orange) est assujettie à se déplacer le long d'un axe horizontal Ox muni d'un vecteur unitaire \vec{u}_x orienté vers la droite.

Ce mobile est soumis aux forces suivantes, éventuellement nulles :

- force de rappel exercée par un ressort de raideur $k \geq 0$, de longueur à vide L_0 , de longueur $L_0 + x$, où x sera donc l'abscisse de m comptée depuis le point L_0 :

$$\vec{F}_r = -k \cdot (L_0 + x - L_0) \cdot \vec{u}_x = -k \cdot x \cdot \vec{u}_x.$$

- force de frottements fluides $\vec{F}_f = -\alpha \cdot \vec{v}_x$ où \vec{v}_x est la vitesse instantanée du mobile et α une constante positive.

- force d'excitation extérieure sinusoïdale : $\vec{F}_e = F_e \cdot \cos(\omega_e \cdot t + \phi_e) \cdot \vec{u}_x$, où F_e est l'amplitude (positive), ω_e la pulsation et ϕ_e la phase de cette force.

Ces deux dernières forces ainsi que les dispositifs à l'origine de celles-ci ne sont pas représentés sur le schéma. En pratique, la force de frottement peut être créée en plaçant la masse m dans un fluide plus ou moins visqueux ; la force extérieure peut être obtenue par exemple en liant mécaniquement la masse m à un moteur, ou en appliquant un champ électrique à condition que la masse m porte également une charge électrique.

A l'instant initial (début de la simulation), le mobile est à l'abscisse x_0 et sa vitesse instantanée est $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{u}_x$. Les mouvements de m seront décrits par rapport au référentiel $\{0, Ox\}$, qui sera supposé galiléen.

L'ensemble des paramètres apparaissant dans la partie supérieure du simulateur peut être modifié avant de lancer la simulation (*cliquer dans les zones vertes et taper la valeur souhaitée, dans les unités indiquées*). Une fois votre choix de paramètres fait, *cliquer sur la flèche bleue horizontale pour lancer la simulation* : le mobile se déplace en fonction des forces que vous aurez décidé de lui appliquer et une trace de l'évolution de sa position x en fonction du temps t est dessinée par le crayon dans la partie inférieure gauche. La partie inférieure droite contient le tracé du 'Portrait de phase' du système étudié, c'est-à-dire la courbe construite par la succession des points d'abscisse égale à la position x de m , et d'ordonnée égale à la vitesse v_x de m (par défaut, un zoom automatique permet de garder ce tracé à l'intérieur du cadre qui lui est consacré).

Pour arrêter la simulation, *appuyez sur la croix rouge*, et pour revenir au choix de nouveaux paramètres *cliquez sur la flèche incurvée orange*.

Exemple où le phénomène de résonance intervient :

-pont : le système est défini par le tablier du pont, soutenu par des piliers ; par construction, cet ensemble est flexible, déformable. La force d'excitation extérieure peut avoir pour origine la cadence rythmée d'un pas militaire lors d'un défilé. Ce phénomène de résonance se manifeste par des déformations très importantes du système lorsque la cadence a une fréquence proche de la fréquence propre du pont, pouvant donc conduire à la destruction du pont. Ce phénomène doit donc être pris en compte lors de la conception des ouvrages d'art, ou de leur utilisations (*e.g.* interdiction de défiler au pas sur les ponts).

⇒ **Donnez d'autres exemples (en citant vos sources d'information) dans lesquels le phénomène de résonance intervient**

Pour chacun des cas de figure suivants, expliquez qualitativement (*i.e* sans résoudre d'équation !) le comportement du mobile en fonction du temps ; vous devrez donc pour cela utiliser les principes et théorèmes de base de la Mécanique du Point.

Par ailleurs, l'évolution de m est reproduite dans ce simulateur en temps réel ; on peut donc mesurer des durées et les comparer aux valeurs des paramètres de la simulation (attention toutefois à ne pas lancer d'autres applications gourmandes en ressources pour votre ordinateur, le tracé de la simulation risquant alors être altéré).

Par exemple :

Cas 1)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0 \quad v_0=0$$

(les unités utilisées sont indiquées au début de ce document et apparaissent sur le simulateur)

Réponse :

Observation : le mobile ne se déplace pas ; la trace de sa position en fonction du temps est une droite parfaitement verticale (le crayon ne bouge pas) ; le portrait de phase ne contient qu'un point centré sur $x=0$ et $v_x=0$.

Interprétation/Explication : le mobile n'est soumis à aucune force ; étant initialement au repos ($v_0=0$) dans un référentiel galiléen il persiste donc indéfiniment dans ce même état de repos à l'abscisse $x=0$ (c'est le principe d'inertie).

Procédez de même pour l'ensemble des cas suivants, en dissociant *observation* et *interprétation*.

Première partie : inertie - force extérieure - force de frottement (pas de ressort : $k=0$)

Approche qualitative

Cas 2)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0.02 \quad v_0=0$$

Réponse :

Observation :

Interprétation/Explication :

Cas 3)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0.02 \quad v_0=-0.002$$

Observation :

Interprétation/Explication :

Cas 4)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0.025 \quad F_e=0 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0.02 \quad v_0=-0.002$$

Observation :

Interprétation/Explication :

Cas 5)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0.003 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0 \quad v_0=0$$

Observation :

Interprétation/Explication :

Cas 6)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0.003 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0 \quad v_0=-0.06$$

Observation :

Interprétation/Explication :

Cas 7)

$$m=0.05 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0.003 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0 \quad v_0=-0.06$$

Observation :

Interprétation/Explication :

Cas 8)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0.1 \quad F_e=0.003 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0 \quad v_0=0$$

Observation :

Interprétation/Explication :

Cas 9)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0.001 \quad \omega_e=0.7 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0 \quad v_0=0$$

Observation :

Interprétation/Explication :

Par une analyse dimensionnelle donnez la relation entre la période du mouvement observé et la pulsation ω_e de la force extérieure. En effectuant une mesure de la période du mouvement, déterminez la valeur numérique de la constante adimensionnelle intervenant dans la relation liant T et ω_e .

En faisant varier successivement m , F_e et ω_e déterminez expérimentalement le signe des puissances auxquelles doivent apparaitre ces quantités dans l'expression de l'amplitude du mouvement. Par une autre analyse dimensionnelle, déterminez l'expression de cette amplitude x_{\max} en fonction de F_e , m , ω_e .

Cas 10)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0.001 \quad \omega_e=0.7 \quad \phi_e=180 \quad x_0=0 \quad v_0=0$$

Observation :

Interprétation/Explication :

Cas 11) Difficile

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0.001 \quad \omega_e=0.7 \quad \phi_e=10 \quad x_0=0 \quad v_0=0$$

Observation :

Interprétation/Explication :

Cas 12) Difficile

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0.001 \quad \omega_e=0.7 \quad \phi_e=-10 \quad x_0=0 \quad v_0=0$$

Observation :

Interprétation/Explication :

Approche quantitative :

Pour les cas listés ci-dessous, déterminez à l'aide des outils de Mécanique du Point les caractéristiques suivantes du mouvement de la masse m en fonction du temps :

- ✓ position instantanée $x(t)$
- ✓ vitesse instantanée $v(t)$
- ✓ nature du mouvement
- ✓ amplitude du mouvement
- ✓ points remarquables de la trajectoire
- ✓ comparer aux observations obtenues dans l'approche qualitative

Cas 4)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0.025 \quad F_e=0 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0.02 \quad v_0=-0.002$$

Cas 5)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0.003 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0 \quad v_0=0$$

Cas 6)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0.003 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0 \quad v_0=-0.06$$

Cas 8)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0.1 \quad F_e=0.003 \quad \omega_e=0 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0 \quad v_0=0$$

Cas 9)

$$m=0.1 \quad k=0 \quad \alpha=0 \quad F_e=0.001 \quad \omega_e=0.7 \quad \phi_e=0 \quad x_0=0 \quad v_0=0$$